education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

FEBRUARIE/MAART 2009

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, 'n formuleblad en 2 diagramvelle.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 14 vrae. Beantwoord AL die vrae.

2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

3. 'n Goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.

4. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.

5. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.

6. TWEE diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 7.4, VRAAG 8.1 en VRAAG 14.2 is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit. Skryf jou eksamennommer op hierdie velle in die ruimtes voorsien en lewer dit saam met jou ANTWOORDEBOEK in.

7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

8. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjiese werk in te lewer.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $3x + \frac{1}{x} = 4$ (4)

1.1.2 $5x(x-3) = 2$ (5)

1.1.3 $x^2 - 2x > 3$ (4)

1.2 Los gelyktydig op vir x en y:

$$x - 3y = 1$$
$$x^2 - 2xy + 9y^2 = 17$$ (7)

1.3 Bereken die waarde van $1234567893 \times 1234567894 - 1234567895 \times 1234567892$ (3)

[23]

VRAAG 2

Beskou die reeks: $\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \frac{1}{4\times 5} + ...$

2.1 Druk elk van die volgende somme uit as 'n breuk in die vorm $\frac{a}{b}$:

2.1.1 Die som van die eerste twee terme van die reeks (1)

2.1.2 Die som van die eerste drie terme van die reeks (1)

2.1.3 Die som van die eerste vier terme van die reeks (1)

2.2 Maak 'n veronderstelling oor die som van die eerste n terme van die gegewe reeks. (2)

2.3 Gebruik jou vermoede om die waarde van die volgende te voorspel:

$$\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \frac{1}{4\times 5} + ... + \frac{1}{2008\times 2009}$$ (1)

[6]

VRAAG 3

Die volgende is 'n rekenkundige ry:

$$1 - p \;\; ; \;\; 2p - 3 \;\; ; \;\; p + 5 \;\; ; \;\; ...$$

3.1 Bereken die waarde van p. (3)

3.2 Gee die waarde van:

3.2.1 Die eerste term van die ry (1)

3.2.2 Die gemeenskaplike verskil (1)

3.3 Verduidelik waarom geeneen van die getalle in hierdie rekenkundige ry volkome vierkante is nie. (2)
[7]

VRAAG 4

Beskou die ry: $6 \;;\; 6 \;;\; 2 \;;\; -6 \;;\; -18 \;;\; ...$

4.1 Skryf die volgende term van die ry neer, indien die ry sonder afwyking so voortgaan. (1)

4.2 Bepaal 'n uitdrukking vir die n^{de} term, T_n. (5)

4.3 Dui aan dat -6838 in die ry voorkom. (4)
[10]

VRAAG 5

'n Ry van vierkante, elk met sy 1, is soos hieronder geteken. Die eerste vierkant is ingekleur en die lengte van die sy van elke ingekleurde vierkant is die helfte van die lengte van die sy van die ingekleurde vierkant in die vorige diagram.

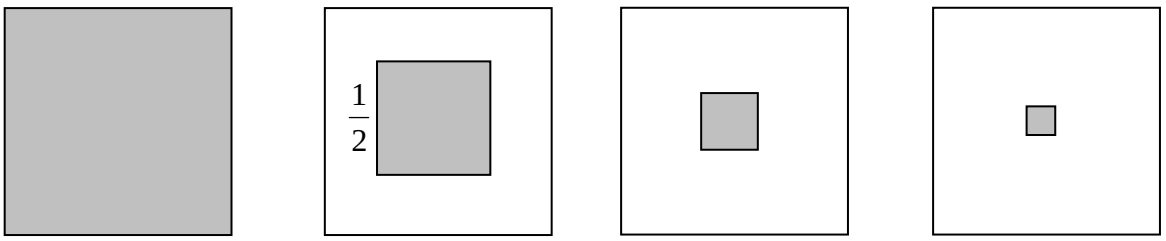


DIAGRAM 1 **DIAGRAM 2** **DIAGRAM 3** **DIAGRAM 4**

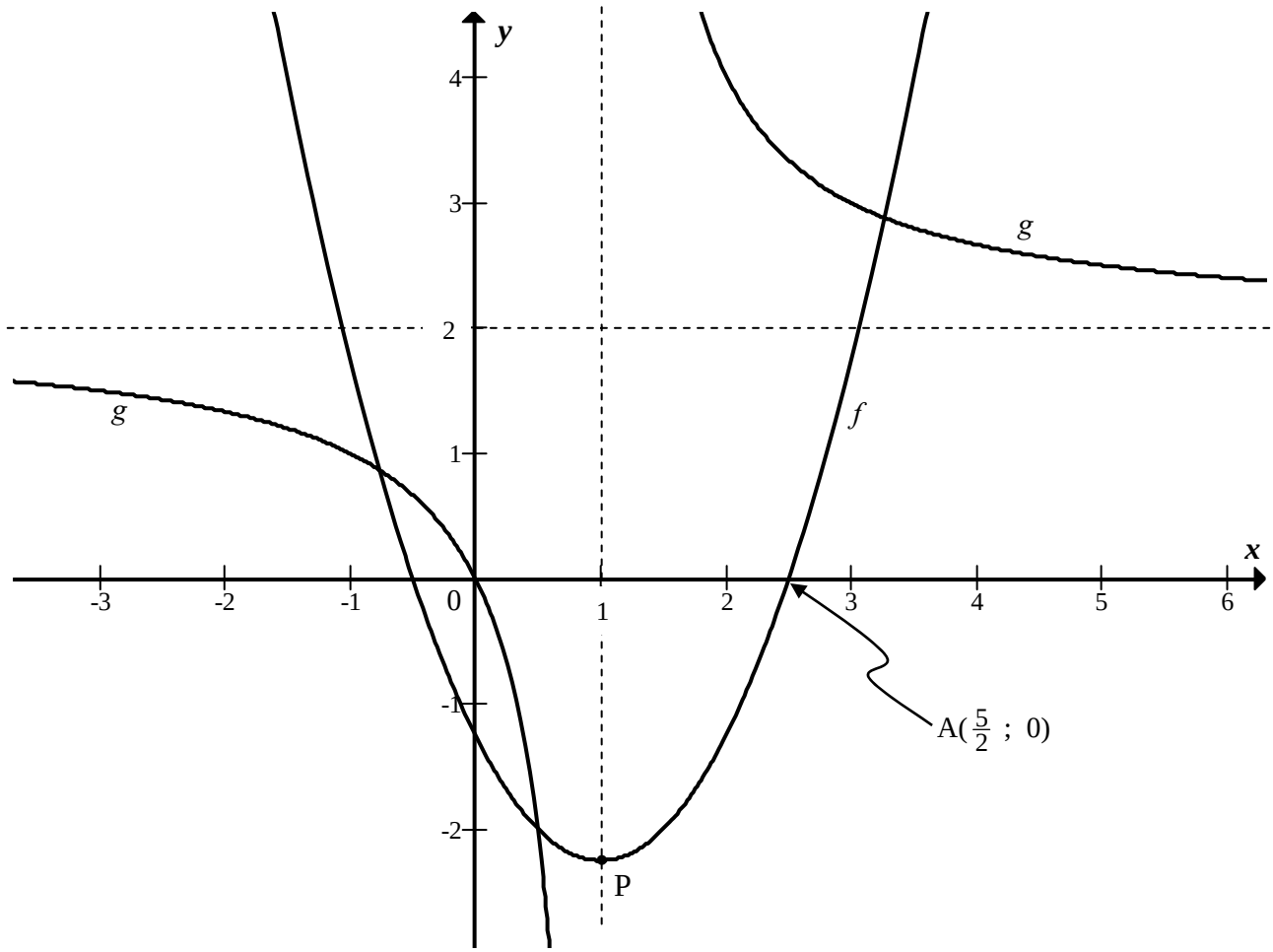
5.1 Bepaal die area van die deel van die vierkant in DIAGRAM 3 wat nie ingekleur is nie. (2)

5.2 Wat is die som van die areas van die dele van die eerste sewe vierkante wat nie ingekleur is nie? (5)
[7]

VRAAG 6

Die grafieke van $f(x) = (x - p)^2 + q$ en $g(x) = \frac{a}{x - b} + c$ is hieronder geskets.

A(2½ ; 0) is 'n punt op die grafiek van f. P is die draaipunt van f. Die asimptote van g word deur die stippellyne voorgestel. Die grafiek van g gaan deur die oorsprong.



6.1 Bepaal die vergelyking van g. (4)

6.2 Bepaal die koördinate van P, die draaipunt van f. (4)

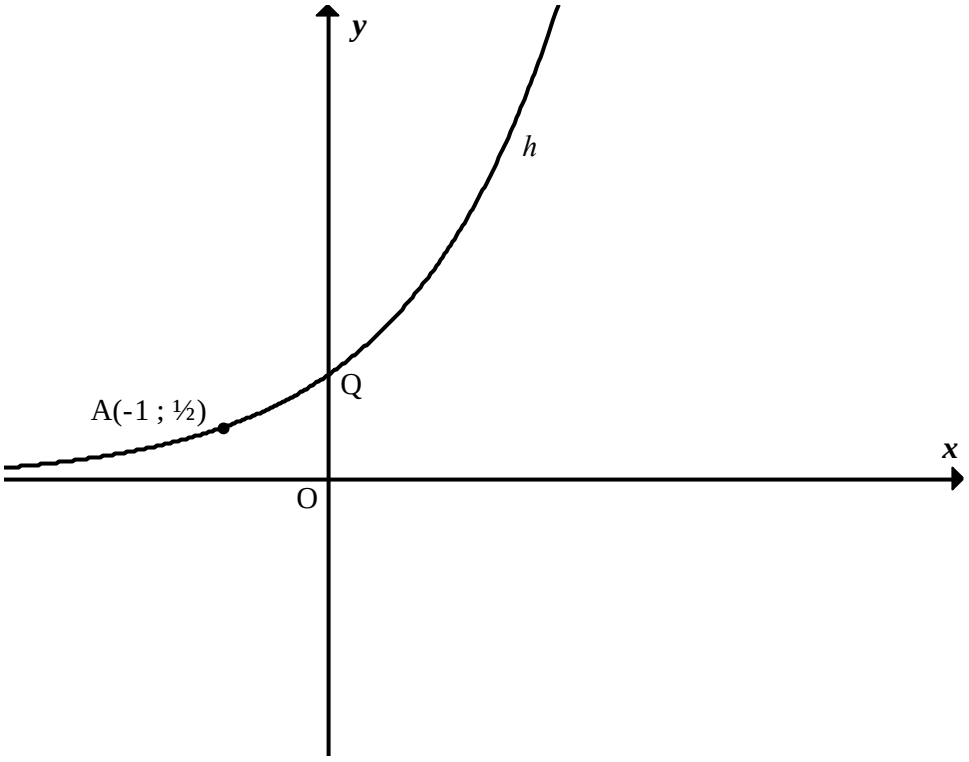
6.3 Skryf die vergelykings van die asimptote van $g(x - 1)$ neer. (2)

6.4 Skryf die vergelyking van h neer, indien h die beeld van f, gereflekteer in die x-as, is. (1)

[11]

VRAAG 7

Die grafiek van $h(x) = a^x$ is hieronder geskets.
$A\left(-1\,;\frac{1}{2}\right)$ is 'n punt op die grafiek van h.



7.1 Verduidelik waarom die koördinate van Q (0 ; 1) is. (2)

7.2 Bereken die waarde van a. (2)

7.3 Skryf die vergelyking van die inverse funksie, h^{-1}, in die vorm y = ... neer. (2)

7.4 Teken 'n sketsgrafiek, op DIAGRAMVEL 1, van h^{-1}. Dui op hierdie grafiek die koördinate van twee punte aan wat op hierdie grafiek lê. (3)

7.5 Lees van jou grafiek af die waardes van x waarvoor $\log_2 x > -1$. (2)

7.6 Indien $g(x) = (100).3^x$, bepaal die waarde van x waarvoor $h(x) = g(x)$. (3)

[14]

VRAAG 8

Bestudeer: $f(x) = 2\sin x$

8.1 Teken 'n sketsgrafiek van f op DIAGRAMVEL 1, vir $x \in [-180° ; 360°]$. (2)

8.2 Skryf die waardeversameling van $h(x) = 2f(x)$ neer. (2)

8.3 Skryf die periode van $h(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ neer. (2)

8.4 Gee 'n waarde van θ indien $f(x+\theta) = 2\cos x$. (2)
[8]

VRAAG 9

9.1 R2 000 is belê in 'n fonds wat *i*% rente, maandeliks saamgestel, betaal. Na 18 maande is die waarde van die fonds R2 860,00. Bereken *i*, die rentekoers. (4)

9.2 Op 31 Januarie 2008 het Farouk R100 gedeponeer in 'n rekening wat 8% rente per jaar, maandeliks saamgestel, betaal. Hy gaan voort om R100 op die laaste dag van elke maand te deponeer tot 31 Desember. Hy hoop dat hy genoeg geld op 1 Januarie 2009 sal hê om 'n fiets van R1 300 te kan koop. Bepaal of dit vir hom moontlik gaan wees of nie. (5)
[9]

VRAAG 10

Rowan beplan om 'n motor vir R125 000,00 te koop. Hy betaal 'n deposito van 15% en neem 'n lening by die bank vir die balans. Die bank vra 12,5% p.j., maandeliks saamgestel.

Bereken:

10.1 Die waarde van die lening by die bank (1)

10.2 Die maandelikse paaiement op die motor indien die lening oor 6 jaar terugbetaal word (5)
[6]

VRAAG 11

11.1 Differensieer f deur van eerste beginsels gebruik te maak waar $f(x) = x^2 - 2x$. (5)

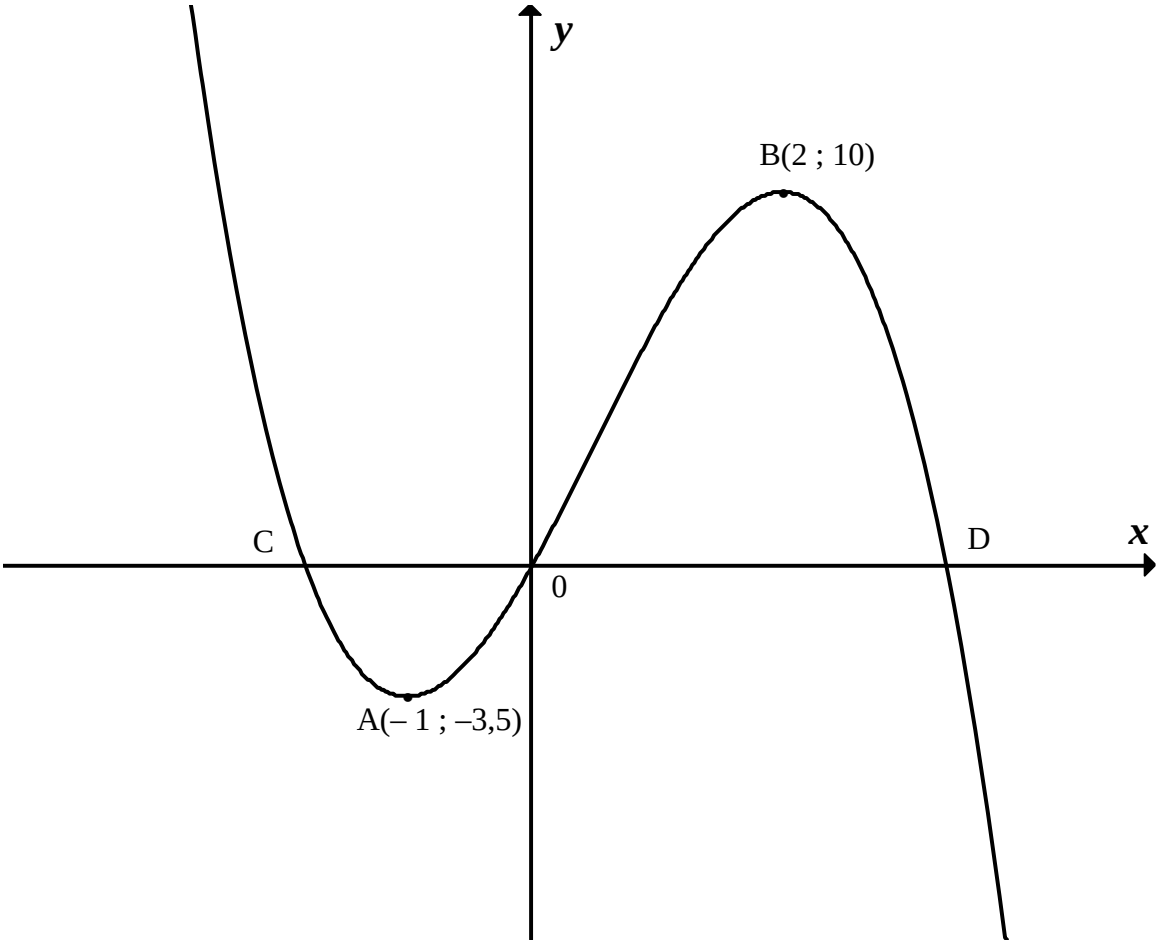
11.2 Evalueer:

11.2.1 $D_x[(x^3 - 3)^2]$ (3)

11.2.2 $\frac{dy}{dx}$ indien $y = \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{x^3}{9}$ (3)
[11]

VRAAG 12

Die grafiek van $h(x) = -x^3 + ax^2 + bx$ word hieronder aangetoon. A(– 1 ; 3,5) en B(2 ; 10) is die draaipunte van h. Die grafiek gaan deur die oorsprong en sny die x-as verder by C en D.



12.1 Dui aan dat $a = \frac{3}{2}$ en $b = 6$. (6)

12.2 Bereken die gemiddelde gradiënt tussen A en B. (2)

12.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan h by $x = -2$. (5)

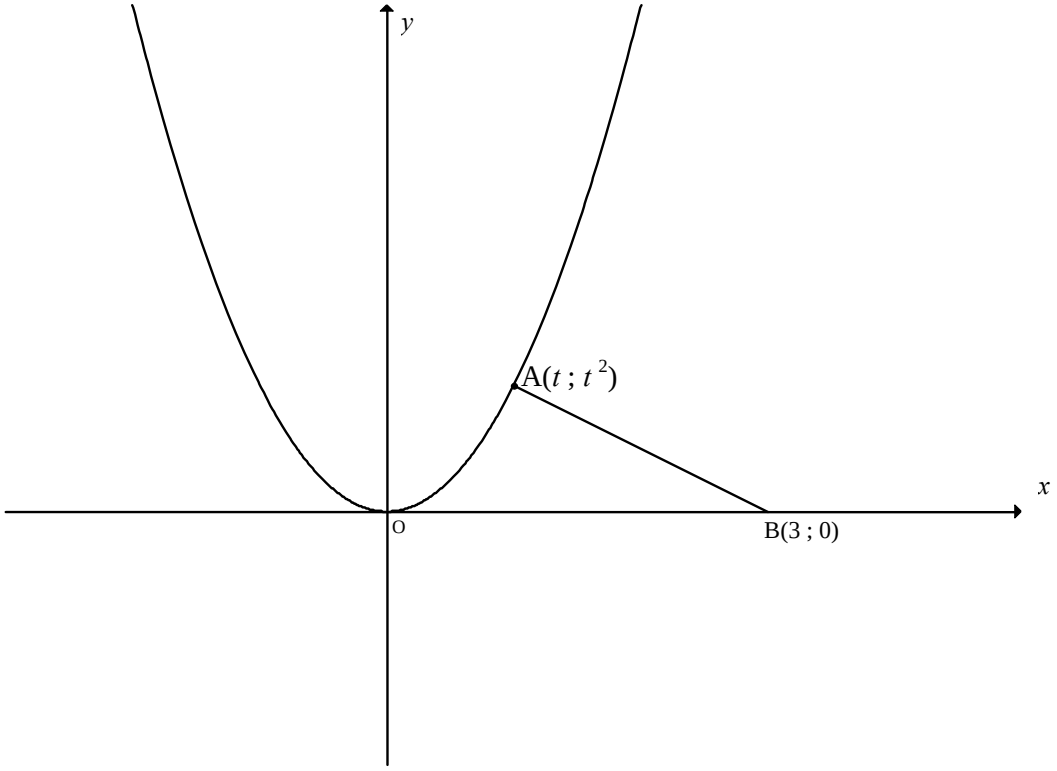
12.4 Bepaal die x-waarde van die buigpunt van h. (3)

12.5 Gebruik die grafiek om die waardes van p te bepaal waarvoor die vergelyking $-x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x + p = 0$ EEN reële wortel sal hê. (2)

[18]

VRAAG 13

Die grafiek van $y = x^2$ is hieronder geskets. A(t ; t^2) en B(3 ; 0) word aangedui.



13.1 A(t ; t^2) is 'n punt op die grafiek van $y = x^2$ en die punt B(3 ; 0) lê op die x-as. Toon aan dat $AB^2 = t^4 + t^2 - 6t + 9$. (2)

13.2 Bepaal gevolglik die waarde van t wat die afstand AB minimeer. (5)
[7]

VRAAG 14

'n Kleremaatskappy maak wit hemde en grys broeke vir skole.

- 'n Minimum van 200 hemde moet daagliks gemaak word.
- In totaal, kan nie meer as 600 kledingstukke daagliks vervaardig word nie.
- Dit neem 50 masjien-minute om 'n hemp te maak en 100 masjien-minute om 'n broek te maak.
- Daar is op die meeste 45 000 masjien-minute per dag beskikbaar.

Laat die aantal wit hemde wat per dag gemaak word, x wees.
Laat die aantal grys broeke wat per dag gemaak word, y wees.

14.1 Skryf die beperkinge in terme van x en y om bogaande inligting voor te stel, neer. (Jy mag aanvaar: $x \geq 0,\ y \geq 0$) (3)

14.2 Gebruik die aangehegte grafiekpapier (DIAGRAMVEL 2) om die beperkinge grafies voor te stel. (5)

14.3 Dui die gangbare gebied duidelik aan deur dit te skakeer. (1)

14.4 Indien die wins op 'n hemp R30 en op 'n broek R40 is, skryf die vergelyking wat die wins sal aandui, in terme van x en y neer. (2)

14.5 Maak gebruik van 'n soeklyn en jou grafiek en bepaal die aantal hemde en broeke wat gemaak sal moet word om 'n maksimum daaglikse wins te lewer. (2)
[13]

TOTAAL: 150

Kopiereg voorbehou

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE
INFORMATION SHEET: MATHEMATICS

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1+ni) \qquad A = P(1-ni) \qquad A = P(1-i)^n \qquad A = P(1+i)^n$$

$$\sum_{i=1}^{n} 1 = n \qquad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{i=1}^{n} \left(a + (i-1)d\right) = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} ar^{i-1} = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1} \quad ; \quad r \neq 1 \qquad \sum_{i=1}^{\infty} ar^{i-1} = \frac{a}{1-r} \; ; \; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i} \qquad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \tan\theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A \qquad area\,\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta \qquad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta \qquad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases} \qquad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} \qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \qquad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

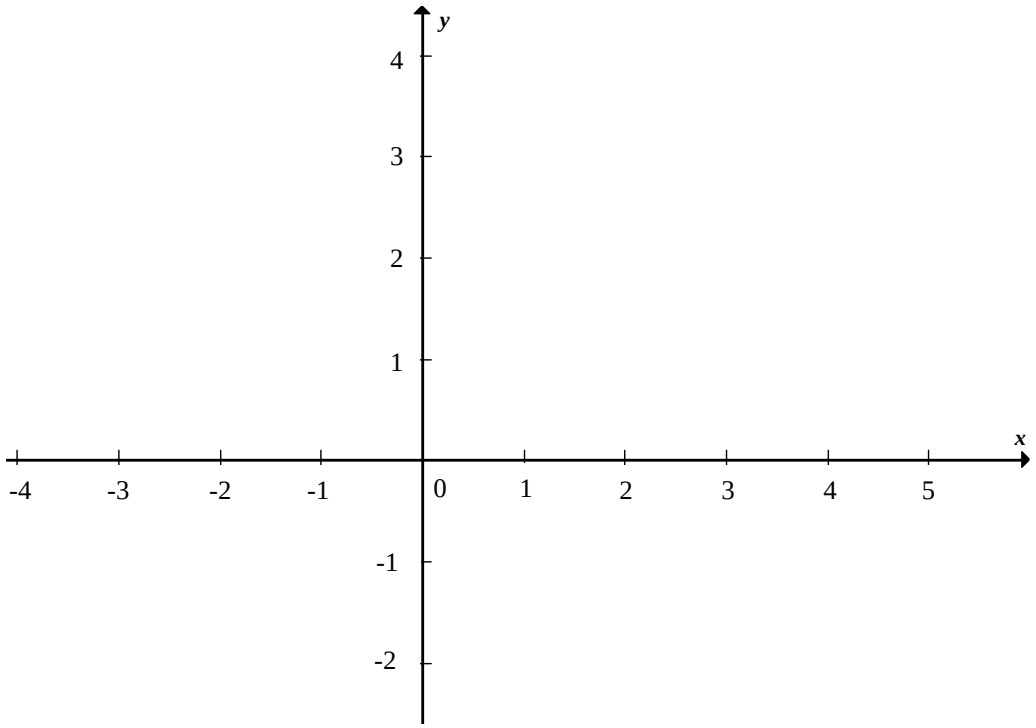
$$\hat{y} = a + bx \qquad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$$

Kopiereg voorbehou

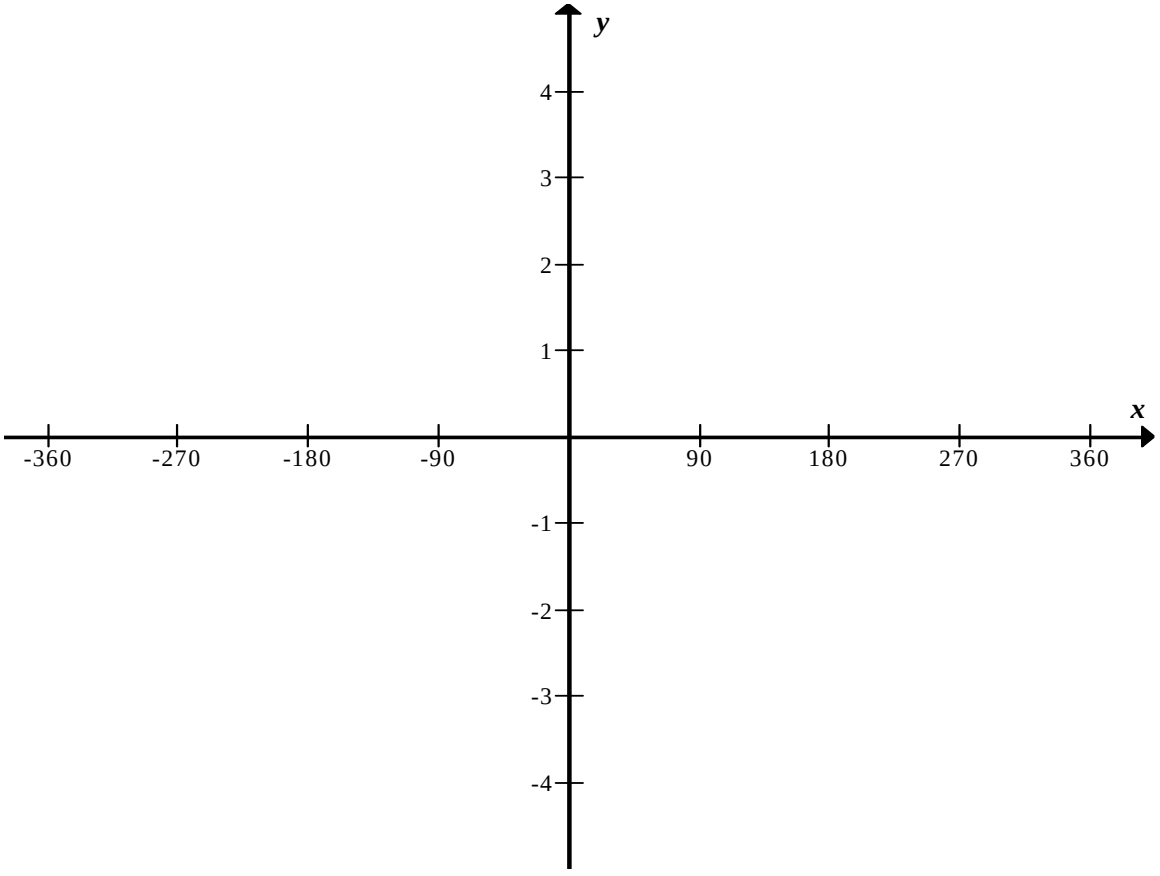
EKSAMENNOMMER:													

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 7.4



VRAAG 8.1

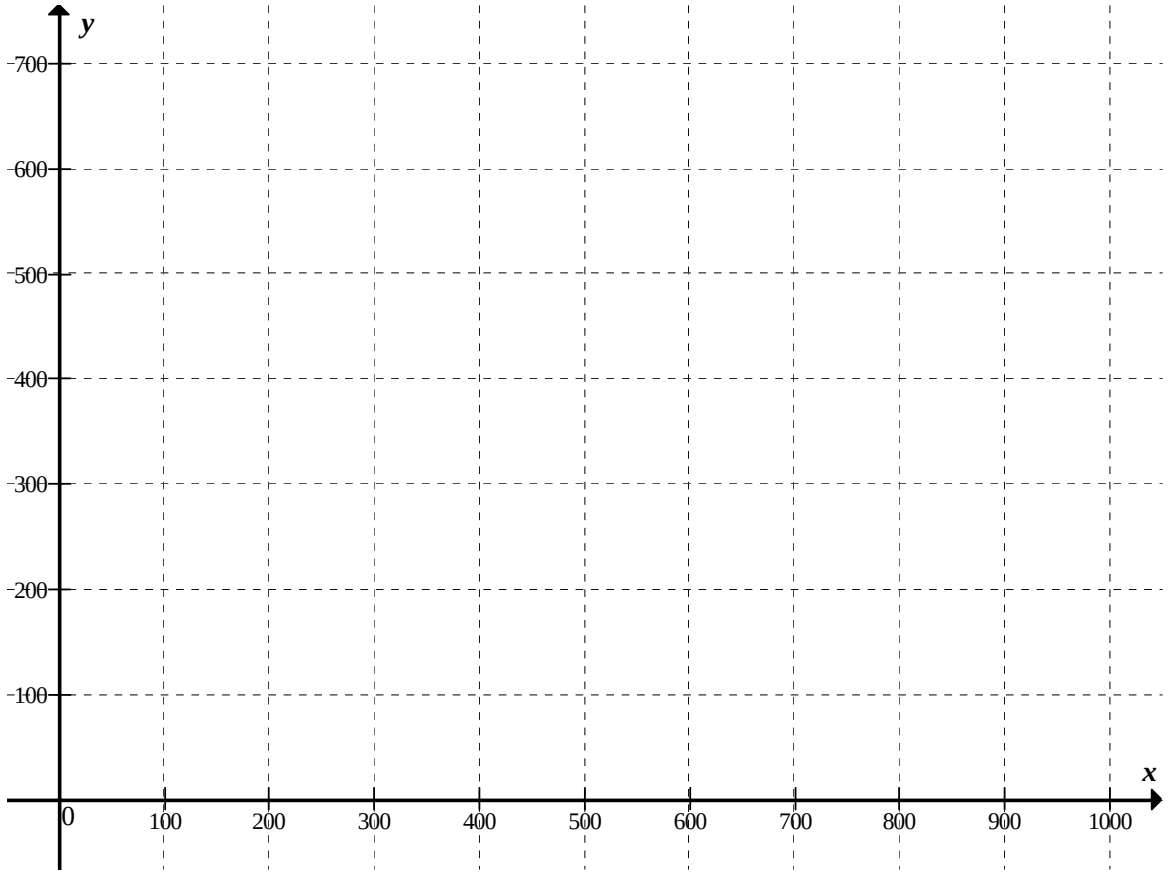


Kopiereg voorbehou

EKSAMENNOMMER:													

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 14.2



Kopiereg voorbehou